

A KÖZETTESTEK MINŐSÉGI JELLEMZÉSÉNEK ÉS KÁROSODOTTSÁGÁNAK VISZONYÁRÓL

Ván Péter

KFKI RMKI ELMÉLETI FIZIKA FŐOSZTÁLY, ENERGETIKAI GÉPEK ÉS RENDSZEREK TANSZÉK, BME ÉS MONTAVID
TERMODINAMIKAI KUTATÓCSOPORT, BUDAPEST

Vásárhelyi Balázs

PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM, POLLACK M. MŰSZAKI KAR, PÉCS

Sokféle empirikus összefüggést ismerünk a kőzettestek mechanikai jellemzői és a kőzettest osztályozási paraméterek között. Ezek az összefüggések és az alapul szolgáló kísérleti vizsgálatok egyöntetűen azt mutatják, hogy a két legfontosabb mechanikai jellemző, az alakváltozási modulus és nyomószilárdság növekszik a kőzettest épségével. Ismeretes, hogy a károsodottság és a kőzetminőség összefüggenek. Ennek az írásnak a célja ezt az összefüggést vizsgálni és összhangba hozni a kőzettestek mechanikai jellemzőivel. Megmutatjuk, hogy a kőzettest alakváltozási modulusa és a nyomószilárdsága nem függetlenek egymástól, valamint károsodásmechanikai megfontolásokkal ez a kapcsolat meghatározható.

1 BEVEZETÉS

A kőzettestek mechanikai jellemzésére számos fizikai anyagi paraméter ismerete szükséges. A két legfontosabb ezek közül az alakváltozási modulus és a nyomószilárdság. Ezeket az anyagi paramétereket gyakran viszonyítjuk az ép próbatestekre vonatkozó laboratóriumi jellemzőkhöz és a kőzettest minősítési paraméterekhez, mint például az RQD, RMR, Q, GSI vagy RMi értékekhez [ezeket bővebben lásd: Gálos & Vásárhelyi, 2005]. Ezek a minősítési paraméterek számszerűsítik a kőzettest ép kőzethez viszonyított töredezettségét ezért értelmezhetőek nagy kőzettestek károsodottságának olyan mértékeként, amelyek meghatározási módja a gyakorlati felhasználás igényei szerint alakult ki.

Az alábbiakban a kőzettestek alakváltozási modulusának és nyomószilárdságának a kőzetminőséghez való viszonyát jellemezzük károsodásmechanikai keretek között. A károsodásmechanika, amit esetünkben speciális belső változós nemegyensúlyi termodinamikaként értünk, kényelmes és egyszerű elméleti keretet ad ennek a viszonyoknak a jellemzéséhez, és segít felderíteni a mechanikai jellemzők közötti kapcsolatokat. A

károsodásmechanikát általában kontinuumelméletként tárgyalják. Szokásosan a kontinuummechanika károsodásfüggő parciális differenciálegyenleteihez a károsodás időbeli fejlődésére vonatkozó közönséges differenciálegyenletek csatolódnak. Bonyolultabb, gyengén nemlokális károsodáselméletek elvetik a homogén károsodás egyszerűbb belső változóit és parciális differenciálegyenleteket javasolnak a károsodás fejlődésének leírására is. A károsodásmechanika nagy elméleti kihívása a károsodás változását leíró egyenletek meghatározása. Ebben a cikkben szereplő megfontolásainkban csak a lehető legegyszerűbb, mind a mechanikai, mind a károsodási változó szempontjából homogén rendszer feltételezésével élünk, ezért az elméleti termodinamikai modellek felállításának alapja a homogén testek termodinamikájának az időbeli változásokat is figyelembe vevő – tehát több szempontból is nemegyensúlyi – elmélete, az úgynevezett közönséges termodinamika [Matolcsi, 2005].

1.1 A kőzettest alakváltozási modulusa

A kőzettestek alakváltozási jellemzésére számos javaslat született. A legelfogadottabb és mért jellemző az alakváltozási (vagy húr-) modulus, amelyet a nemlineáris, tönkremenetelig terjedő feszültség-deformáció görbéből határozhatunk meg. Az alakváltozási modulus az origóból a feszültségmaximum feléig húzott húr meredeksége határozza meg [Zhang, 2005, 120.o.]. A nemzetközi szakirodalomban számos empirikus összefüggést javasolnak az alakváltozási modulus és a kőzettest minőség(érték) közötti viszony jellemzésére. Az összefüggések egy része figyelembe veszi az ép kőzet alakváltozási (rugalmassági) modulusát is. A legjelentősebb ilyen függvényeket, melyek RMR rendszerben adják meg a kőzettest alakváltozási modulusát, valamint figyelembe veszik az ép kőzet rugalmassági modulusát is, az 1. táblázatban mutatjuk be.

1. táblázat. A kőzettest E_{rm} alakváltozási modulusának kiszámítása az RMR értékből az ép kőzet E_i rugalmassági modulusának ismeretében (Megj.: $s = \exp((RMR-100)/9)$)

Függvény	Ref.
$E_{rm} / E_i = 1/100(0.0028RMR^2 + 0.9 \exp(RMR/22.82))$	Nicholson és Bieniawski, (1990)
$E_{rm} / E_i = (s^a)^{0.4}$, $a=0.5+1/6((\exp(-RMR/15)-\exp(-20/3)))$	Sonmez et al., (2004)
$E_{rm} / E_i = s^{0.25}$	Carvalho, (2004)

Zhang & Einstein (2004), számos mérési eredmény statisztikai elemzése után, RQD és E_{rm}/E_i között az alábbi összefüggést javasolja:

$$E_{rm}/E_i = 10^{0.0186RQD - 1.91} \quad (1)$$

A fenti empirikus egyenleteknek nincs fizikai interpretációja. Palmström & Singh (2001), Kayabasi et al. (2003) és Gokceoglu et al. (2003) analizálták őket, megmutatva előnyeiket, hátrányaikat és néhány pontosítást is javasoltak (pl. a nedvesedési és a mállási hatás figyelembe vételét).

1.2 A kőzettest szilárdsága

Kőzettest nyomószilárdságának (σ_{cm}) a töredezettséget tekintetbe vevő becslésére számos empirikus formula vonatkozik. A 2. táblázat felsorol néhány olyat ezek közül, ahol az ép kőzet nyomószilárdsága (σ_c) szerepet játszik, valamint ugyancsak RMR értékkel történt a kőzettest minősítése. A függvényformájuk egységesen exponenciális, de különböző paraméterekkel.

2. táblázat Empirikus függvénykapcsolatok a kőzettest σ_{cm} egyirányú nyomószilárdságára a kőzettest minőségének (RMR) függvényében, ha az ép kőzet σ_c nyomószilárdsága ismert.

Függvény	Ref.
$\sigma_{cm}/\sigma_c = \exp(7.65((RMR-100)/100))$	Yudhbir et al. (1983)
$\sigma_{cm}/\sigma_c = \exp((RMR-100)/18.5)$	Ramamurthy et al. (1985)
$\sigma_{cm}/\sigma_c = \exp((RMR-100)/25)$	Kalamaras & Bieniawski (1993)
$\sigma_{cm}/\sigma_c = \exp((RMR-100)/18)$	Hoek et al. (1995)
$\sigma_{cm}/\sigma_c = \exp((RMR-100)/20)$	Sheorey (1997)

2 A KÁROSODÁS BEVEZETÉSE

A következőkben a kőzettestek osztályozására a kőzetmechanikában használt empirikus kőzetminőségi mértékeket (pl. RQD, RMR, GSI) skalár károsodási mértékként értelmezzük és D_{RM} -el jelöljük. Ezek a kőzettest osztályozásra bevezetett mennyiségek azonban inkább 'épségi', mint károsodási mennyiségeknek tekinthetőek, mert nullák maximális károsodás esetén és százalékban mérve 100 %-ot adnak a teljesen töredezett kőzetre. Ezért célszerű bevezetünk és D -vel jelölünk egy károsodást jellemző változót. A $D = 0$ érték fogja az ép (tagolatlan) kőzetet jellemezni és egy $D = D_{cr}$ kritikus károsodási érték a teljesen töredezett kőzetet. A továbbiakban a számszerű jellemzés relatív értékeit megtartva a legegyszerűbb lineáris összefüggést javasoljuk az 'épségi' mértékek károsodásként történő értelmezésére:

$$D = D_{cr} \left(1 - \frac{D_{RM}}{100} \right) \quad \text{ezért} \quad D_{RM} = 100 \left(1 - \frac{D}{D_{cr}} \right). \quad (2)$$

Itt D_{RM} a kőzettest minősítési értéke, ahol RM valamelyik kőzettest osztályozási rendszert jelöli (RQD, RMR vagy GSI értékek, amelyek 0 és 100 között változhatnak). Egyszerűsítésként feltételezzük, hogy $D_{cr} = 1$. Esetünkben ez nem jelent megszorítást, mert nem próbálunk a károsodásnak közvetlen fizikai jelentést tulajdonítani (mint amilyen például a mikrorepedések sűrűsége vagy fraktáldimenziója lenne) és elfogadjuk a kőzettest osztályozásra bevezetett mérési és normálási módszereket helyes jellemzésnek. Tudjuk, hogy mind a Q, mind az RMI módszereknél a kőzettest minősége nemlineárisan függ ezektől a paraméterektől, ezért az ezekre a paraméterekre alapozó empirikus összefüggéseket itt most nem vizsgáljuk.

A továbbiakban tehát feltételezzük, hogy

- a $D = 0$ esetben a kőzettest mechanikai paraméterei megegyeznek az ép kőzet megfelelő paramétereivel,
- a $D \neq 0$ esetben az ismert empirikus összefüggések jól jellemzik a kőzettestet.

2.1 Károsodási modell a kőzettest alakváltozásának jellemzésére

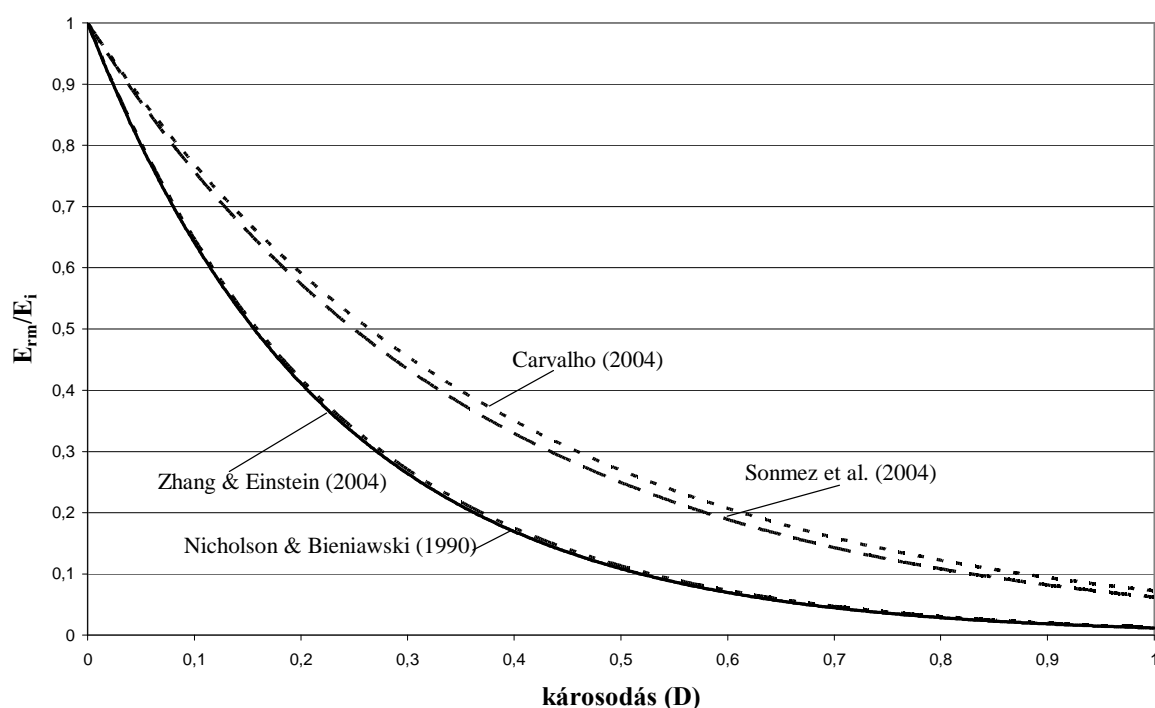
Az 1. táblázat függvényeit a D károsodásváltozó bevezetésével a következő formába transzformálhatjuk

$$\frac{E_{rm}}{E_i} = e^{-AD}. \quad (3)$$

Az A anyagi paraméter értékeit a publikált empirikus összefüggésekre vonatkozóan egyrészt közvetlenül leolvashatjuk az empirikus formulákból, másrészt illesztéssel meghatározhatjuk. Adatok hiányában mi a formulákból számolt adatsorra illesztettünk ez utóbbi esetben. A kapott A értékeket a 3. táblázatban összegeztük.

3. táblázat A (3) egyenlet A paramétere az 1. táblázat empirikus képleteiből

A	Egyenlet:
4,358	Nicholson & Bieniawski (1990)
4,440	Zhang & Einstein (2004)
2,624	Sonmez et al. (2004)
2,778	Carvalho (2004)



1. ábra A kőzettest alakváltozási modulusára és a kőzettest minőségre vonatkozó empirikus összefüggések a károsodásváltozóra átszámolva (lásd (3) egyenletet és 3. táblázatot).

Az A paraméter kétféle jellemző értéket látszik felvenni. A Nicholson-Bieniawski (1990) és a Zhang-Einstein (2004) esetben 4,4 körül van, viszont a Sonmez et al (2004) és Calvalho (2004) által javasolt összefüggésekben értéke közelítőleg 2,7.

Viszont mind Sonmez et al. (2004), mind Carvalho (2004) az ép kőzetekre vonatkozó s Hoek-Brown-állandó használatát javasolta formuláikban ép és csatlakozó kőzettestek esetén is. Ha az A paramétert a zavart kőzeteknek megfelelően számoljuk át ($s = \exp((\text{RMR}-100)/6)$, Hoek & Brown, 1988), akkor $A = 3,936$ és $A = 4,167$ a két modellben, mely értékek megközelítik a másik két empirikus eredményt.

2.2 Károsodási modell a kőzettest nyomószilárdságának jellemzésére

A kőzettest alakváltozási modulusához hasonlóan, átszámoltuk a σ_{cm} nyomószilárdság empirikus formuláit is károsodás változóba, felhasználva az ép kőzet σ_c nyomószilárdságát

$$\frac{\sigma_{cm}}{\sigma_c} = \exp(-BD). \quad (4)$$

A számított B paramétereket a 4. táblázatban soroltuk fel.

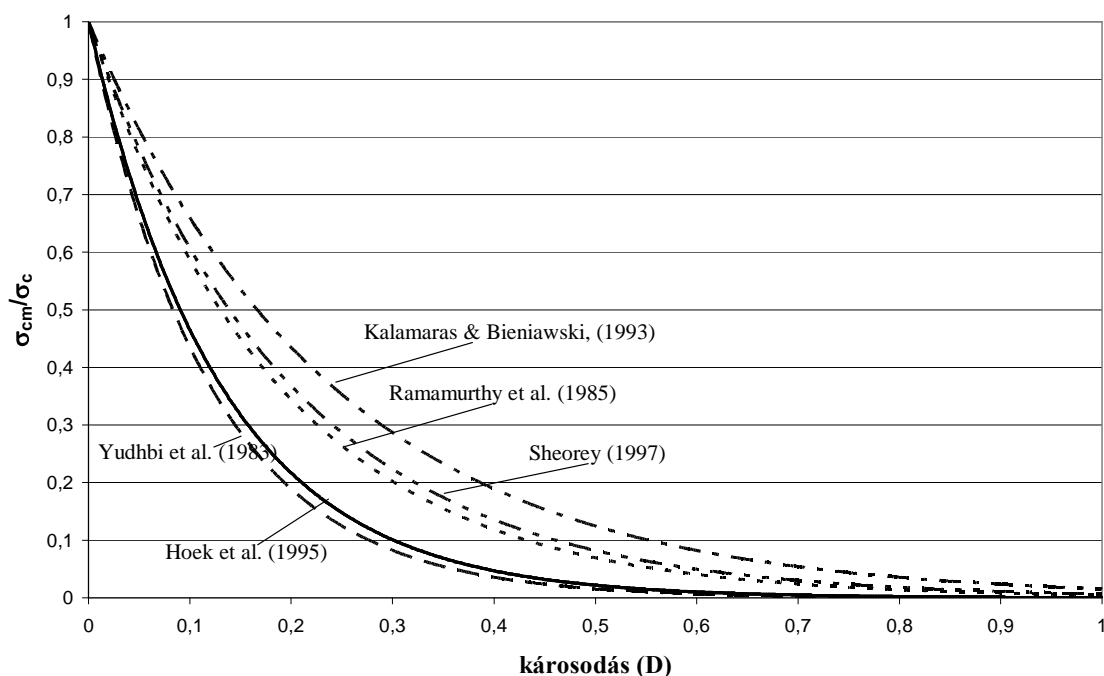
4. táblázat. A kőzettest nyomószilárdságának károsodásfüggését megadó (4) egyenletben szereplő B paraméter értékei

B	Ref.
7,650	Yudhbi et al. (1983)
5,333	Ramamurthy et al. (1985)
4,167	Kalamaras & Bieniawski (1993)
5,556	Hoek et al. (1995)
5,000	Sheorey (1997)

A B paraméter átlagos értéke 5,542 (4,167 és 7,650 között; 1,291 szórással). A 2. ábrán ábráztuk ezeket az összefüggéseket.

2.3 Termodinamika és károsodásmechanika

A károsodásmechanika a tönkremenetel jellemzésére vezet be fizikai mennyiségeket (Krajcinovic, 1996). A károsodás termodinamikai elméletei belső termodinamikai változóként értelmezve ezeket a mennyiségeket biztosítják, hogy az új változók bevezetése a termodinamika második főtételével összhangban történjen. A termodinamikai keretek egyik előnye, hogy lehetővé teszik a károsodásmechanika legfontosabb részének, a károsodás időbeli változását megadó fejlődési egyenleteknek lehetséges formájának meghatározását, összhangban a második főtétellel. Az elméleti keretek nagyon hasonlóak ahhoz, mint amire a reológia és a képlékenység elméletei is épülnek [Asszonyi et al., 2007]. A másik fontos előny, hogy a fejlődési egyenletek ismerete nélkül, már a sztatikai vizsgálatokkal tönkremeneteli feltételeket fogalmazhatunk meg, a tönkremenetelt az anyag károsodottságának növekedésekor bekövetkező termodinamikai stabilitásvesztéseként értelmezve [Ván, 2001, Ván & Vásárhelyi, 2001].



2. ábra. A kőzettest nyomószilárdságának a kőzettest minőségétől való függésére vonatkozó empirikus összefüggések. A D károsodás függvényében átszámolt görbék ábrázolása (lásd (4) egyenletet és 4. táblázatot).

A károsodásmechanika számos elmélete a termodinamikai potenciálok (pl. szabadenergia) polinomiális függését tételezi fel a deformációtól és a károsodástól. Ezt a fajta függést mezoszkopikus számítások [Papenfuss et al. 2007] és a rugalmasságtan elméletével megtartott teljes analógia motiválja. Másodrendű tenzort (fabric tensor) vezetve be károsodási paraméterként, a rugalmasságtannal azonos elveket alkalmazhatunk a szabadenergiának a károsodástól és a deformációtól való függésének meghatározására. Például izotrop károsodás esetén a szabadenergia legáltalánosabb, másodfokú polinomiális függvénye [Papenfuss & Ván, 2008] 11 anyagi paramétert tartalmaz a rugalmassági paramétereken kívül. A másodrendű tenzor azonban nem az egyetlen lehetséges károsodási változó, például a mikrorepedezés irány és hossz szerinti átlagolása skalár illetve vektori rendű károsodási paraméterekhez is vezethet, a repedésrendszer szimmetriáitól függően. Mivel a kőzettest osztályozási módszerek nem veszik figyelembe a repedés- és töredezés-rendszer részleteit, ezért mi is a továbbiakban a lehető legegyszerűbb, skaláris változót tartalmazó és minimális számú anyagi paramétert bevezető modell felállítására törekszünk. Ráadásul a kőzettestek mechanikai tulajdonságainak meghatározására szinte kizárólag egytengelyű terheléseket tudunk alkalmazni, ezért a mechanikai változóink is skalárok lesznek.

A termodinamikai megfontolások biztosítják, hogy elméleti modellünk robosztus, azaz a paraméterek változására érzéketlen legyen. A továbbiakban izoterm rendszereket tárgyalunk, ezért a hőmérséklet nem szerepel a megfontolásainkban és termodinamikai potenciálként a szabadenergiát vezetjük be.

Exponenciális modell: Első észrevételünk az, hogy a károsodás különbözik a nemegyensúlyi termodinamika klasszikus belső változóitól az egyirányú terjedési tulajdonságban: a károsodás az idő függvényében tipikusan növekszik, csökkenni csak ritka, kivételes esetekben hajlandó. Ezért a szabadenergia károsodásfüggésekor olyan függvénykapcsolat is szóba kerülhet, amely nem szimmetrikus a nullára, esetleg nem is értelmezett negatív károsodás esetén. Ez a megfigyelés vezet az első alapfeltevésünkhöz: a károsodás egységesen gyengíti a közettest rugalmas kötéseit, és a rugalmas energia csökkenése arányos az anyag rugalmasenergia-tartalmával. Azaz feltételezzük, hogy a károsodás *energetikai* jellegű, és ugyanaz a károsodás a jobban deformálódott közeg energiatartalmát jobban csökkenti.

1. *FELTEVÉS.* Az $F = F(\varepsilon, D)$ szabadenergia károsodásfüggésére vonatkozóan a következő differenciálegyenlet vonatkozik:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial D} \right|_{\varepsilon} = -\alpha F(\varepsilon, D). \quad (5)$$

Itt ε a károsodott közettest deformációja.

2. *FELTEVÉS.* A nyomás arányos a deformációval, azaz károsodásfüggő az alakváltozási modulus:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} \right|_D = \sigma = E(D)\varepsilon, \quad (6)$$

ahol $E(D)$ az említett károsodásfüggő alakváltozási modulus. A szabadenergia parciális deriváltja a deformáció szerint a nyomás. Az (5) és (6) feltételek alapján a szabadenergia a következő

$$F(\varepsilon, D) = e^{-\alpha D} \left(E_i \frac{\varepsilon^2}{2} + F_0 \right). \quad (7)$$

Itt az E_i és F_0 állandók az ép közet alakváltozási modulusa ($D = 0$) és a terheletlen, ép közet szabadenergiája $F_0 = F(\varepsilon=0, D=0)$.

Ennek megfelelően az alakváltozási moduluszt a (6) egyenlet alapján számolhatjuk:

$$\frac{1}{\varepsilon} \left. \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} \right|_D = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E(D) = E_i e^{-\alpha D}. \quad (8)$$

Ez az exponenciális kapcsolat megfelel a kísérleti adatoknak, ahogy az első fejezet empirikus formulái mutatják.

Másrésről pedig a termodinamikai stabilitás feltételei, azaz a szabadenergia konvexitása is vizsgálható. Ha a szabadenergia konvexitása sérül, akkor a termodinamikai állapot nem stabil. Ez pontosan az, amit a károsodástól elvárunk: egy bizonyos károsodásérték felett az anyag

instabil. Azaz, a nyomást növelve, egy adott károsodottságnál elérünk egy kritikus deformáltsághoz (és nyomásértékhez), ami felett a károsodottság növekedésnek indul. Ez a feltétel esetünkben a szabadenergia második deriváltja segítségével vizsgálható:

$$\partial^2 F = \begin{pmatrix} E_i e^{-\alpha D} & -\alpha E_i e^{-\alpha D} \varepsilon \\ -\alpha E_i e^{-\alpha D} \varepsilon & \alpha^2 e^{-\alpha D} \left(E_i \frac{\varepsilon^2}{2} + F_0 \right) \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Sylvester kritériumát használva tudjuk, hogy a fenti mátrix pozitív definit, ha a determinánsa pozitív, azaz

$$\det(\partial^2 F) = \alpha^2 E_i e^{-2\alpha D} \left(F_0 - E_i \frac{\varepsilon^2}{2} \right) \geq 0. \quad (10)$$

A determináns zéró volta tönkremeneteli feltételt eredményez. Felismerhetjük, hogy ez egy kritikus mechanikai energia feltétele, ahol a kritikus deformáció ε_{cm} a következő:

$$\varepsilon_{cm} = \sqrt{\frac{2F_0}{E_i}}. \quad (11)$$

Ebből kiszámolhatjuk a σ_{cm} közettest szilárdságot, a (8) egyenlőségnek megfelelően

$$\sigma_{cm} = E(D) \varepsilon_{cm} = E_i e^{-\alpha D} \sqrt{\frac{2F_0}{E_i}}. \quad (12)$$

Az ép közet szilárdsága $\sigma_c = E_i \varepsilon_c$, ezért (12)-ből kapjuk, hogy

$$\frac{\sigma_{cm}}{\sigma_c} = e^{-\alpha D}. \quad (13)$$

Ez az alak megfelel a 2. táblázat empirikus kapcsolatainak, és a deformációt tartalmazó (8) egyenletnek is. Továbbá, a (13) szerint az empirikus α paraméter értéke egyenlő az nyomószilárdságra vonatkozó (4) formula B paraméterével.

Hatvány-exponenciális modell: Singh és Rao (2005) kísérletei azonban finomítják a fenti képet. Töredezett, tagolt mintákon végzett laboratóriumi kísérleteik a tagoltsági és irányoktól rendszertől lényegében függetlenül azt mutatják, hogy

$$\frac{\sigma_{cm}}{\sigma_c} = \left(\frac{\varepsilon_{cm}}{\varepsilon_c} \right)^q, \quad (14)$$

ahol $q = 0,625$ [Singh & Rao, 2005]. Ez a formula azonban csak $q = 1$ esetén konzisztens termodinamikai modellünkkel, illetve az azt megalapozó két alapfeltevással.

Az első feltevésünk látszik ellentmondani Singh és Rao méréseinek, ezért következő modellünkben csak annyit fogunk megkövetelni, hogy a *deformálatlan* közet gyengülése legyen arányos az energiatartalmával, vagyis

1-A. FELTEVÉS. Az $F = F(0, D)$ szabadenergia károsodásfüggésére vonatkozóan a következő differenciálegyenletet írhatjuk fel:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial D} \right|_{\varepsilon=0} = -\alpha F(0, D). \quad (15)$$

Illetve továbbra is megtartjuk, hogy:

2. FELTEVÉS. A nyomás arányos a deformációval, azaz károsodásfüggő az alakváltozási modulus:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} \right|_D = \sigma = E(D)\varepsilon, \quad (16)$$

ahol $E(D)$ az említett károsodásfüggő alakváltozási modulus. (15) és (16) feltételek alapján egy megfelelő szabadenergia a következő

$$F(\varepsilon, D) = e^{-\alpha D} \left(E(D) \frac{\varepsilon^2}{2} + F_0 \right). \quad (17)$$

Látjuk, hogy (7)-hez képest az előzőekben az ép közet alakváltozási modulusának tekintett paraméter ez esetben egy deformációtól függő függvényként adódik. Az F_0 állandó továbbra is a terheletlen, ép közet szabadenergiája $F_0 = F(\varepsilon=0, D=0)$.

Ennek megfelelően az $\hat{E}(D)$ alakváltozási modulust a (16) egyenlet alapján számolhatjuk:

$$\frac{1}{\varepsilon} \left. \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} \right|_D = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \hat{E}(D) = E(D)e^{-\alpha D}. \quad (18)$$

Az eredmény továbbra is közelítőleg exponenciálisnak tűnik (pl. ha az alakváltozási modulus károsodásfüggése polinomiális). Az ép közet rugalmassági modulusára vonatkoztatva kapjuk, hogy

$$\frac{E_{cm}}{E_c} = \frac{\hat{E}(D)}{\hat{E}(0)} = \frac{E(D)e^{-\alpha D}}{E(0)}. \quad (19)$$

A termodinamikai stabilitás feltételei, azaz a szabadenergia konvexitása megint a tönkremeneteli feltételünket, azaz végső soron a szilárdságot adja. Ez a feltétel ismét szabadenergia második deriváltja segítségével vizsgálható:

$$\partial^2 F = e^{-\alpha D} \begin{pmatrix} E & (E' - \alpha E)\varepsilon \\ (E' - \alpha E)\varepsilon & (E'' - 2\alpha E' + \alpha^2 E) \frac{\varepsilon^2}{2} + \alpha^2 F_0 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Sylvester kritériumát használva most két feltételt kapunk a mátrix pozitív definitására. A jobb alsó tag pozitivitása eredményezi az első kritikus deformációt:

$$\varepsilon_{cm1}(D) = \sqrt{\frac{-2\alpha F_0}{E'' - 2\alpha E' + \alpha^2 E}} \quad (21)$$

ahol a vessző a károsodás szerinti deriváltat jelöli. A mátrix determinánsának pozitivitása miatt pedig azt kapjuk, hogy

$$\varepsilon_{cm2}(D) = \sqrt{\frac{-2\alpha F_0}{E'' - 2\alpha E' + \alpha^2 E - \frac{2}{E}(E' - \alpha E)^2}}. \quad (22)$$

Észrevehető, hogy mindkét kritikus deformáció károsodásfüggő. A továbbiakban az első feltételt fogjuk vizsgálni, mert ez adja kisebb kritikus deformációt, amint ezt a nevező utolsó tagjának pozitivitása mutatja.

Ebből számolhatjuk a σ_{cm} kritikus közettest szilárdságot a (18) egyenlőségnek megfelelően,

$$\sigma_{cm} = \hat{E}(D)\varepsilon_{cm1}(D). \quad (23)$$

Ezt az ép közet szilárdságával elosztva kapjuk, hogy

$$\frac{\sigma_{cm}}{\sigma_c} = \frac{\hat{E}(D)\varepsilon_{cm1}(D)}{\hat{E}(0)\varepsilon_{cm1}(0)} = \frac{\hat{E}(D)}{\hat{E}(0)} \sqrt{\frac{(E'' - 2\alpha E' + \alpha^2 E)_{D=0}}{E'' - 2\alpha E' + \alpha^2 E}}. \quad (24)$$

A (14) Singh-Rao feltételbe helyettesítve az adódik, hogy

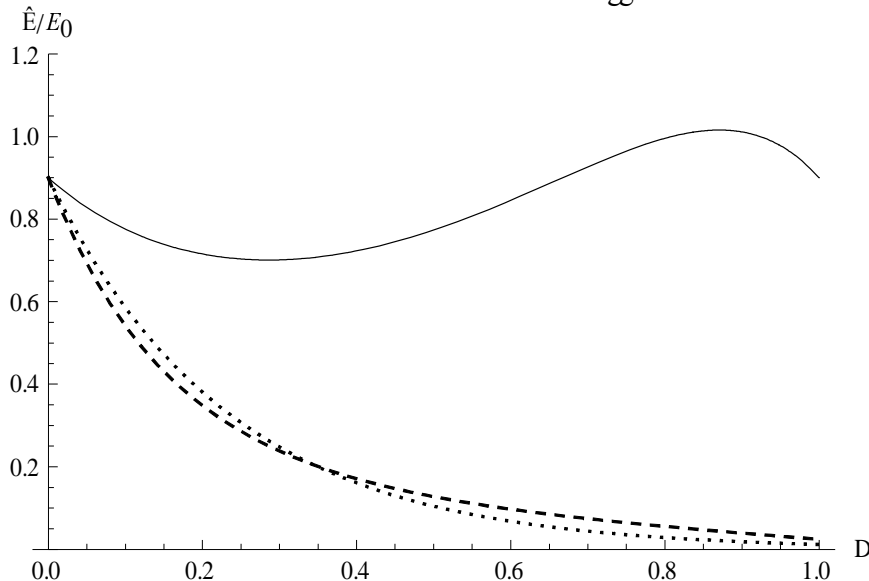
$$\left(\frac{E_{cm}(D)}{E_c}\right)^q = \left(\frac{\hat{E}}{\hat{E}_0}\right)^q = \frac{\sigma_{cm}}{\sigma_c} = \frac{\hat{E}}{\hat{E}_0} \sqrt{\frac{\hat{E}''(0)}{\hat{E}'' e^{AD}}}. \quad (25)$$

Ezt kicsit átrendezve, (5)-höz hasonlóan, differenciálegyenletként megfogalmazható feltételt kapunk az alakváltozási modulus károsodásfüggésére:

$$\hat{E}''' - \hat{E}''(0)e^{-AD}\hat{E}^{2(1-q)} = 0. \quad (26)$$

Az ehhez tartozó peremfeltételek a következők $\hat{E}(1) = 0, \hat{E}(0) = E_i$.

A deformáció modulus károsodásfüggése



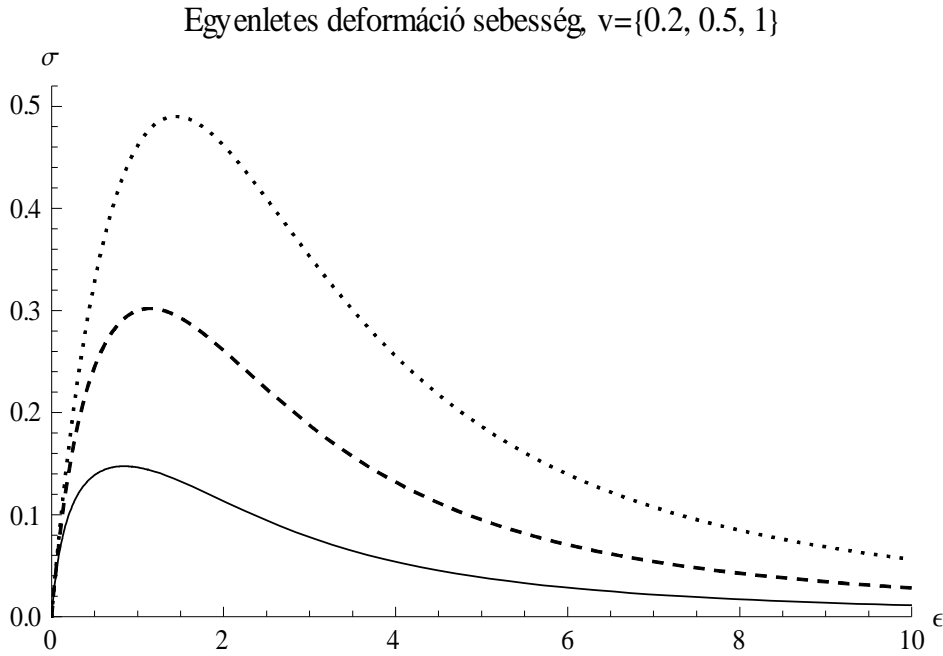
5. ábra: Az alsó szaggatott vonal a Zhang-Einstein formula, a pontozott vonal pedig differenciálegyenlethől számolt $E_{cm}/E_c = \hat{E}/E_0$. A felső vonal ez utóbbinak az exponenciálistól való eltérését mutatja, azaz $\hat{E}/E_0 = \hat{E}e^{AD}/E_0$ -t, $q=0,625$, $A=3,6$, $E(0)=0,9$, $E(1)=0,9$, $E''(0)=36$ paraméter értékekkel. A modell paraméterei azok, amik a Zhang-Einstein képletben illeszkednek az adatokra, illetve q és $E''(0)$.

3 DINAMIKAI VIZSGÁLATOK

A termodinamikai megfontolásokból a károsodás időbeli változását leíró differenciálegyenletet is megkaphatjuk, ha az entrópiaprodukcióban a károsodásváltozó időderiváltját, azaz a rá vonatkozó fejlődési egyenletet, tekintjük termodinamikai áramnak a termodinamikai reológiához hasonlóan [Verhás, 1986; Ván és Asszonyi, 2006]. Ennek legegyszerűbb formája az exponenciális modellre felírva a következő:

$$\dot{D} = -L \left. \frac{\partial F}{\partial D} \right|_{\varepsilon} = -L e^{-aD} \left(E_i \frac{\varepsilon^2}{2} + F_0 \right). \quad (27)$$

Itt L a lineáris nemnegatív Onsager-féle vezetési együttható, amely a változások sebességét jellemző anyagi paraméter. Feltételezve, hogy a mechanikai egyensúly beállása sokkal gyorsabb, mint a károsodási folyamat, a feszültség időbeli változását (16) miatt egyértelműen megadja a deformáció időfüggése. Tegyük fel, hogy a deformáció változási sebessége egyenletes és a sebessége v , azaz $\varepsilon = vt$. Ekkor (27) differenciálegyenlet megoldásával kiszámolhatjuk a különböző deformációsebességek mellett fellépő feszültség-deformáció görbéket. A 6. ábrán a feszültség-deformáció viszony alakulását ábrázoltuk különböző deformáció sebességek esetén. A 7. ábra pedig az anyagfüggvény egyetlen károsodási paraméterének a szerepét ábrázolja.



6. ábra: A feszültség deformációfüggése különböző egyenletes deformációsebességek esetén. A sebesség növekedésével növekszik a látszólagos nyomószilárdság (a görbék maximuma). A nem rideg viselkedés, azaz a negatív meredekségű rész a károsodás növekedésének köszönhető. Az ábra csak a kvalitatív viselkedést mutatja.

4 KÖVETKEZMÉNYEK

A kőzettest alakváltozási modulusára vonatkozó empirikus függvények $s = \exp((RMR-100)/9)$ esetén összegezhetőek a következő formában

$$\frac{E_{RM}}{E_i} = e^{\frac{RMR-100}{a}}, \quad (14)$$

ahol $22,5 < a < 38,1$ (5. táblázat) és az átlagérték 30 (szórás: 8,3!) körül van, míg ha a zavart kőzettestet jellemző $s = \exp((RMR-100)/6)$ Hoek-Brown paramétert használjuk, akkor az átlagérték 23,7 (szórás csupán 1,3!).

5. táblázat A (14) egyenletben szereplő anyagi paraméter értéke a 3. táblázat adataiból, az 1. táblázat egyenleteinek felhasználásával. A zárójelben levő szám a zavart kőzettestet jellemző s Hoek-Brown paraméter használatával adódik.

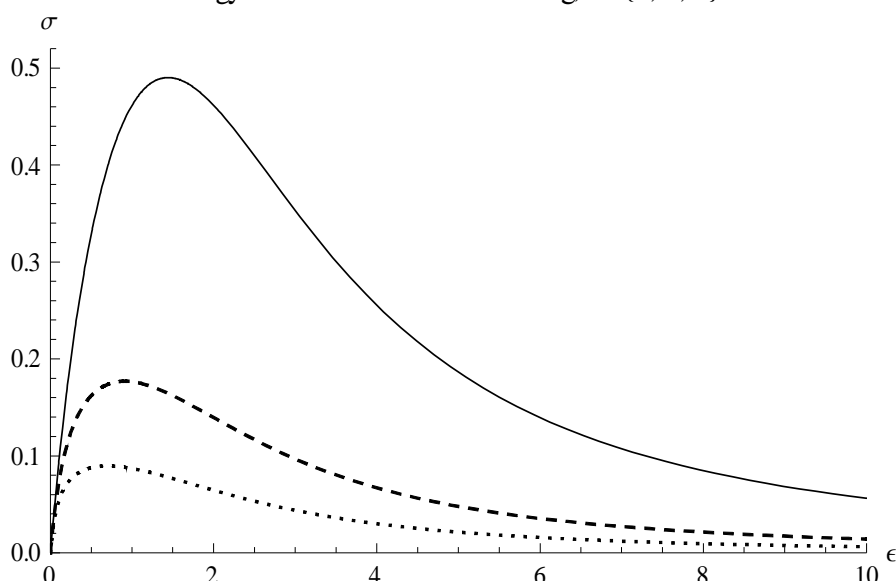
Egyenlet:	a
Nicholson & Bieniawski (1990)	22,95
Zhang & Einstein (2004)	22,52
Sonmez et al. (2004)	38,11 (25,41)
Carvalho (2004)	36,00 (24,00)

A kőzettest nyomószilárdságára hasonló egyenletet használhatunk

$$\frac{\sigma_{cm}}{\sigma_c} = e^{\frac{RMR-100}{b}}, \quad (15)$$

ahol $13,75 < b < 24,00$, az átlag 18,76 (szórás: 3,94). Kivéve a többi eredménytől teljesen eltérő Yudhbi et al. (1983) egyenletét, akkor $b = 20,19$; 2,67-es szórással.

Egyenletes deformáció sebesség $\alpha=\{1, 2, 3\}$



7. ábra: A feszültség deformációfüggése egyenletes deformációsebesség és különböző károsodási paraméterek esetén. Az α paraméter növekedése ridegebbé teszi az anyagot abban az értelemben, hogy megnöveli a látszólagos nyomószilárdságot. Ugyanakkora károsodás nagyobb feszültség hatására megy végbe. Az ábra csak a kvalitatív viselkedést mutatja.

6. táblázat. A b paraméter a (15) egyenletből a 4. táblázat paraméterértékeinek felhasználásával.

Ref.	b
Yudhbi et al. (1983)	13,07
Ramamurthy et al. (1985)	18,75
Kalamaras & Bieniawski (1993)	24,00
Hoek et al. (1995)	18,00
Sheorey (1997)	20,00

Vegyük észre, hogy egyszerűbb, exponenciális károsodásmodellünk azt követelné meg, hogy $a = b$ legyen az RMR változóban történő kőzettest jellemzés esetén is, nemcsak a károsodásváltozóban.

Feltételezve az $a = b$ egyenlőséget, az alakváltozási modulus és a szilárdság közötti viszony:

$$\frac{\sigma_{cm}}{\sigma_c} = \frac{E_{rm}}{E_i} = e^{\frac{RMR-100}{22}}. \quad (16)$$

A fentebb elemzett empirikus összefüggések azonban különböző értéket eredményeznek a -ra és b -re (lásd az 5. és 6. táblázatokat). A különbség kicsinek tekinthető, ha figyelembe vesszük az alakváltozási modulus és károsodási (kőzettest-minőségi) jellemzők mérési módjának, mérésének és definíciójának bizonytalanságait. Elfogadva az egyszerűbb modellen alapuló elméleti $a=b$ javaslatot (16)-ból kapjuk, hogy

$$\frac{E_{rm}}{\sigma_{cm}} = \frac{E_i}{\sigma_c}, \quad (17)$$

ahol E_i/σ_c az MR (modification ratio) módosítási hányados (lásd Palmström & Singh 2001).

Másrészről a (3) és (4) empirikus formulák szintén megadnak függvénykapcsolatot az E_{rm} alakváltozási modulus és a σ_{cm} nyomószilárdság között, a károsodási modell figyelembe vétele nélkül is:

$$\frac{E_{rm}}{\sigma_{cm}} = \frac{E_i}{\sigma_c} e^{\frac{(B-A)(RMR-100)}{100}}, \quad (18)$$

ahol A és B a (3) és (4) egyenlet alapján adóttak. A 3. és 4. táblázat értékeinek felhasználásával a $B-A$ különbségek 0 és 5 között mozognak, 2-es átlagértékkel. Tehát az átlagértékkel

$$\frac{E_{rm}}{\sigma_{cm}} = MR \times e^{\frac{2(RMR-100)}{100}}, \quad (19)$$

ahol MR a módosítási hányados.

Mint láttuk, a részletesebb információkat szolgáltató Singh & Rao (2005) összefüggés szintén beilleszthető egy módosított - a hatvány-exponenciális - modell keretei közé, azaz termodinamikailag következetes kiegészítést jelent. Az ismertetett termosztatikai összefüggések nemegyensúlyi általánosításai a stabilitásvesztés részletesebb, dinamikai vizsgálatát is lehetővé teszik.

Végül megjegyezzük, hogy az ismertetett módszer alapján károsodáson alapuló háromdimenziós tönkremeneteli feltételrendszer is kidolgozható, úgy, ahogyan azt ép kőzetekre Ván & Vásárhelyi, 2001-ben megmutatta, és alkalmasint használható összetettebb gyakorlati kérdések vizsgálatára is, mint például a víztartalomnak a kőzet szilárdságára gyakorolt hatása (lásd pl. Romana & Vásárhelyi, 2007).

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A szerzők köszönik a Montavid Termodinamikai Kutatócsoportnak és különösen Asszonyi Csabának és Fülöp Tamásnak a megvilágító vitákat, illetve az OTKA K81161 pályázatnak a támogatást.

- Aydan, O. & Dalgic, S. 1998. *Prediction of deformation behavior of 3-lanes Bolu tunnels through squeezing rocks of North Anatolian fault zone (NAFZ)*. Proc. Reg. Symp. Sedimentary Rock Engng. Taipei, 228-233.
- Calvalho, J. 2004. *Estimation of rock mass modulus*. Equation from the publication of Hoek & Diederichs (2006).
- Gálos M. & Vásárhelyi B. 2006. *Közzettestek osztályozása az építőmérnöki gyakorlatban*, Műszaki Egyetemi Kiadó, Budapest, Mérnökgeológia-Közetmechanika Kiskönyvtár 1. kötet. p. 144.
- Gokceoglu, C., Sonmez, H. & Kayabasi, A. 2003. Predicting the deformation moduli of rock masses. *Int. J. of Rock Mech. & Mining Sci.* **40**: 701–710.
- Hoek, E. & Brown, E.T. 1988. *The Hoek-Brown criterion – a 1988 update*. Proc. 15th Can. Rock Mech. Symp. Univ. Toronto, 31-38.
- Hoek, E., Kaiser, P.K. & Bawden, W.F. 1995. *Support of underground excavations in hard rock*. Balkema, Rotterdam.
- Kalamaras, G.S. & Bieniawski, Z.T. 1993. *A rock mass strength concept for coal seams*. Proc. 12th Conf. Ground Control in Mining. Morgantown, 274-283.
- Kayabasi, A., Gokceoglu, C. & Ercanoglu, M. 2003. Estimating the deformation modulus of rock masses: a comparative study. *Int. J. of Rock Mech. & Mining Sci.* **40**(1): 55–63.
- Krajcinovic, D. 1996, *Damage mechanics*, Elsevier, Amsterdam-etc.
- Matolcsi T. 2005. *Ordinary Thermodynamics*, Academic Publishers, Budapest.
- Nicholson, G.A. & Bieniawski, Z.T. 1990. A nonlinear deformation modulus based on rock mass classification. *Int. J. Min. Geol. Eng.* **8**:181–202.
- Palmström, A. & Singh, R. 2001. The deformation modulus of rock masses - comparisons between in situ tests and indirect estimates. *Tunnel. Underg. Space Technol.* **16**: 115-131.
- Papenfuss, C. & Ván P. 2008. *Scalar, vectorial, and tensorial damage parameters from the mesoscopic background*. Proc. of Estonian Academy of Sci. **57**(3): 132-141.
- Papenfuss, C., Böhme, T., Herrmann, H., Muschik, W. & Verhás, J. 2007. Dynamics of the size and orientation distribution of microcracks and evolution of macroscopic damage parameters. *J. Non-Equilib. Thermodyn.* **32**(2), 129–143.
- Romana, M. & Vásárhelyi, B. 2007. *A discussion on the decrease of unconfined compressive strength between saturated and dry rock samples*. In: L.R. Soussa, C. Ollala, & N.F. Grossmann (eds.) Proc. 11th ISRM Cong. Lisboa, “The Second Half Century of Rock Mechanics” I:139-142, Taylor & Francis.
- Sheorey, P.R. 1997. *Empirical rock failure criteria*. Balkema, Rotterdam.
- Singh, M. & Rao, K. S. 2005. Estimating the Strength of Jointed Rock Masses, *Engineering Geology*, **77**, p127-137.
- Sonmez, H., Gokceoglu, C., & Ulusay, R. 2004. Indirect determination of the modulus of deformation of rock masses based on the GSI system. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* **1**:849–857.
- Vásárhelyi B.; Deli Á.; Gálos M. & Ván P. 2000. *Relationship between the critical dissipated energy per unit volume and the mechanical properties of different rocks*. In: J. Girard; M. Liebman; C. Breeds & T. Doe (eds.) ‘Pacific Rocks 2000’, Proc. 4th NARMS, Seattle, 1289–1293, Balkema.
- Ván P. & Asszonyi Cs., *Az általános törvényszerűségek*, In. szerk. Asszonyi Csaba, *Izotróp kontinuumok anyagtörvénye* II. fejezet, 25-87 o., Műegyetemi Kiadó, Budapest, Mérnökgeológia-Közetmechanika Kiskönyvtár 3. kötet.
- Ván P. & Vásárhelyi B. 2001. *Second Law of thermodynamics and the failure of rock materials*. In D. Elsworth, J.P. Tinucci & K.A. Heasley (eds.) Rock Mechanics in the National Interest 767-773, Balkema Publ.
- Ván P. 2001. Internal thermodynamic variables and the failure of microcracked materials, *J. of Non-Equilibrium Thermodynamics*, **26**(2): 167-189.
- Verhás J. 1985. *Termodinamika és reológia*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- Yudhbir, R.K., Lemanza, W., & Prinzl, F. 1983: *An empirical failure criterion for rock masses*. Proc. 5th ISRM Cong. Melbourne, **1**: B1-B8.
- Zhang, L. & Einstein, H.H. 2004. Using RQD to estimate the deformation modulus of rock masses. *Int. J. of Rock Mech. & Mining Sci.* **41**: 337–341.
- Zhang, Lianyang, 2005. *Engineering Properties of Rocks*, Elsevier, Geo-Engineering Book Series V4.